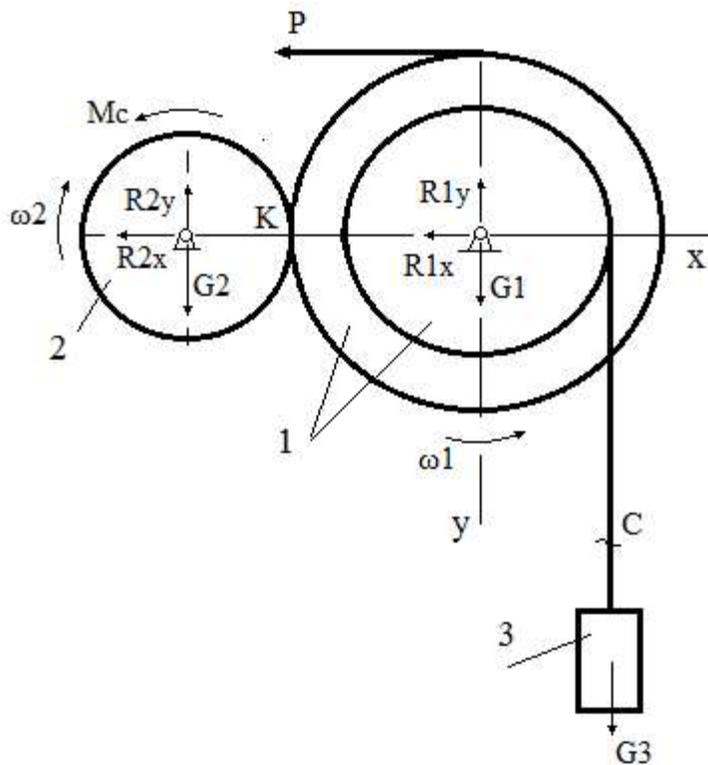
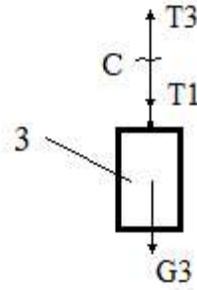
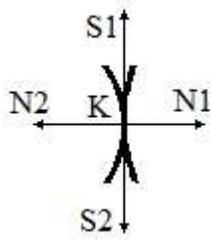


Задание Д.11. Исследование поступательного и вращательного движений твердого тела. Вариант №30. Механическая система состоит из колес 1 и 2, а также груза 3. К колесу 1 приложена пара сил с моментом $M=M(t)$ или движущая сила $P=P(t)$. Время отсчитывается от $t=0$, когда $\psi(0)=0$, а угловая скорость колеса 2 равна ω_2 . Момент сил сопротивления ведомого колеса 2 равен M_c . Массы тел соответственно m_1 , m_2 и m_3 ; радиусы больших и малых окружностей колес R_1, r_1, R_2, r_2 . Найти закон движения тела 2, определить натяжение нити в заданный момент времени t_1 и окружное усилие в точке соприкосновения колес 1 и 2.

Дано: $m_1 := 300$ $m_2 := 60$ $m_3 := 600$ $R_1 := 0.5$ $r_1 := 0.3$ $R_2 := 0.2$ $i_1 := 0.4$
 $P = 7200 + 50 \cdot t$ $M_c := 700$ $\omega_{10} := 1.5 \frac{g}{\text{сек}}$ $g := 9.8$ $G_3 := m_3 \cdot g$ $t_1 := 1$



Для решения задачи необходимо записать уравнения движения для каждого тела, для чего отбросим связи и заменим их действия реакциями.



Отметим, что по 3 закону Ньютона $S_1=S_2=S$; $N_1=N_2=N$; $T_2=T_3=T$. Силы тяжести G_1 и G_2 , а также реакции связей $R_{1x}, R_{1y}, R_{2x}, R_{2y}, N_1, N_2$ дают нулевые моменты относительно осей вращения

Уравнение движения для 1 тела $I_{z1} \cdot \frac{d^2}{dt^2} \varphi(t) = P \cdot R_1 - S \cdot R_1 - T \cdot r_1$

уравнение движения для 2 тела $I_{z2} \cdot \frac{d^2}{dt^2} \psi(t) = -M_c + S \cdot R_2$

уравнение движения для 3 тела $m_3 \cdot \frac{d^2}{dt^2} x(t) = T - G_3$

где моменты инерции относительно осей вращения для тела 1 и 2

$$I_{z2} := \frac{m_2 \cdot R_2^2}{2} \quad I_{z1} := m_1 \cdot i_1^2$$

Кинематическое уравнение связи для тел 1 и 2 (формула Эйлера для точки К)

$$\omega_1 \cdot R_1 = \omega_2 \cdot R_2 \quad \text{или} \quad \omega_1 = \omega_2 \cdot \frac{R_2}{R_1}$$

возьмем производную по времени $\frac{d^2}{dt^2} \varphi(t) = \frac{d^2}{dt^2} \psi(t) \cdot \frac{R_2}{R_1}$

Кинематическое уравнение связи для тел 2 и 3 (формула Эйлера для точки С)

$$v_3 = \omega_1 \cdot r_1$$

возьмем производную по времени $\frac{d^2}{dt^2} x(t) = \frac{d^2}{dt^2} \varphi(t) \cdot r_1 = \frac{r_1 \cdot R_2}{R_1} \cdot \frac{d^2}{dt^2} \psi(t)$

Полученные выражения подставим в уравнения движения тел 1 и 3

$$\frac{Iz1 \cdot R2}{R1} \cdot \frac{d^2}{dt^2} \psi(t) = P \cdot R1 - S \cdot R1 - T \cdot r1$$

$$Iz2 \cdot \frac{d^2}{dt^2} \psi(t) = -Mc + S \cdot R2$$

$$\frac{m3 \cdot r1 \cdot R2}{R1} \cdot \frac{d^2}{dt^2} \psi(t) = T - G3$$

Из второго уравнения выразим реакцию связи S и подставим в первое уравнение. Затем из третьего уравнения выразим реакцию связи T и подставим в первое уравнение, тогда получим

$$\left(\frac{Iz1 \cdot R2}{R1} + \frac{Iz2 \cdot R1}{R2} + \frac{m3 \cdot R2 \cdot r1^2}{R1} \right) \cdot \frac{d^2}{dt^2} \psi(t) = (7200 + 50 \cdot t) \cdot R1 - \frac{Mc \cdot R1}{R2} - G3 \cdot r1$$

начальная угловая скорость второго тела $\omega_{20} := \frac{\omega_{10} \cdot R1}{R2}$

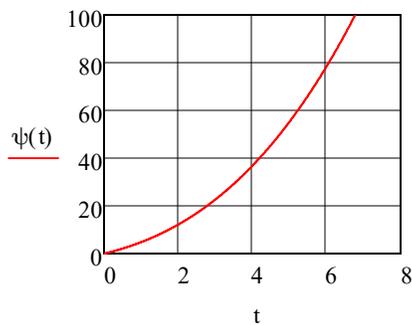
Решение дифференциального уравнения выполним численно

Given

$$\left(\frac{Iz1 \cdot R2}{R1} + \frac{Iz2 \cdot R1}{R2} + \frac{m3 \cdot R2 \cdot r1^2}{R1} \right) \cdot \frac{d^2}{dt^2} \psi(t) = (7200 + 50 \cdot t) \cdot R1 - \frac{Mc \cdot R1}{R2} - G3 \cdot r1$$

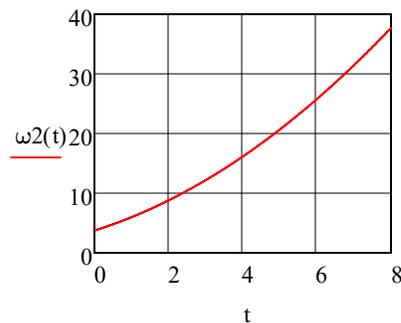
$$\psi(0) = 0 \quad \psi'(0) = \omega_{20}$$

$$\psi := \text{Odesolve}(t, 10)$$



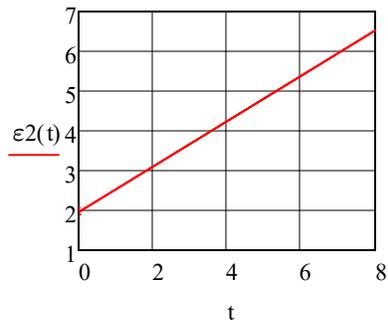
Найдем угловую скорость

$$\omega_2(t) := \frac{d}{dt} \psi(t)$$



Найдем угловое ускорение

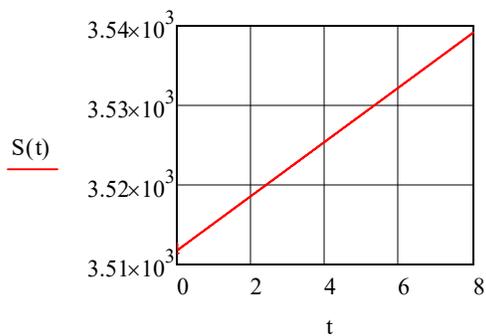
$$\epsilon_2(t) := \frac{d}{dt} \omega_2(t)$$



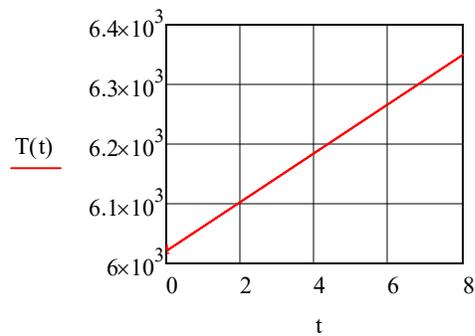
Определим натяжение нити (из уравнения движения 3 тела) и окружное усилие для колес 1 и 2 (из уравнения движения 2 тела) в заданный момент времени t1

$$S(t) := \frac{1}{R2} \cdot (Mc + Iz2 \cdot \epsilon2(t))$$

$$T(t) := G3 + \frac{m3 \cdot r1 \cdot R2}{R1} \cdot \epsilon2(t)$$



$$S(t1) = 3.515 \times 10^3$$



$$T(t1) = 6.062 \times 10^3$$